



KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Wstęp do teorii aproksymacji [S1MwT1>E-WdTA]

Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w technice

Rok/Semestr

3/6

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obieralny

Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne (np. online)

0

Ćwiczenia

15

Projekty/seminaria

0

Liczba punktów ECTS

4,00

Koordynatorzy

dr Zbigniew Walczak

zbigniew.walczak@put.poznan.pl

Wykładowcy

Wymagania wstępne

Podstawowe wiadomości z zakresu rachunku różniczkowego i całkowego oraz równań różniczkowych. Posługuje się narzędziami analizy matematycznej oraz ma umiejętność przeprowadzania poprawnych wnioskowań logicznych. Rozumie potrzebę ciągłego kształcenia się oraz rozwoju kompetencji.

Cel przedmiotu

Zapoznanie studentów z różnymi zagadnieniami teorii aproksymacji i jej zastosowań oraz ogólnymi problemami tego działu matematyki.

Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

- scharakteryzuje podstawowe pojęcia i problemy związane z teorią aproksymacji oraz zna klasyczne twierdzenia teorii aproksymacji i ich uogólnienia;
- posiada wiedzę dotyczącą metod dowodowych stosowanych w teorii aproksymacji;
- zna podstawowe zagadnienia z zakresu konstruktywnej teorii funkcji, aproksymacji funkcji wielomianami algebraicznymi i trygonometrycznymi i ich wybrane zastosowania.

Umiejętności:

- potrafi posługiwać się szczegółową wiedzą z matematyki wyższej;
- bada, w zakresie rozszerzonym, zbieżność ciągów operatorów funkcyjnych, szeregów liczbowych i funkcyjnych oraz wykonuje obliczenia przybliżone z ich wykorzystaniem;
- stosuje podstawowe metody i twierdzenia aproksymacyjne w analizie zagadnień dotyczących aproksymacji funkcji.

Kompetencje społeczne:

- jest świadomy poziomu swojej wiedzy w zakresie badań w naukach ścisłych i technicznych;
- jest świadomy pogłębiania i poszerzania wiedzy w celu rozwiązywania nowo powstałych problemów.

Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykłady: wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana przez zaliczenie pisemne. Zadania mają charakter teoretyczny i praktyczny. Zaliczenie oceniane jest w systemie punktowym. Warunkiem otrzymania oceny pozytywnej jest uzyskanie co najmniej 50% punktów.

Ćwiczenia: w ramach ćwiczeń efekty kształcenia przedstawione wyżej weryfikowane są przez dwa kolokwia. Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50% punktów. Dodatkowe punkty w ramach ćwiczeń można otrzymać za aktywność podczas zajęć.

Treści programowe

1. Ułamki łańcuchowe w aproksymacji
2. Uwagi o zbieżności szeregów liczbowych
3. Pewne zastosowania szeregów potęgowych
4. Podstawowe problemy i pojęcia teorii aproksymacji funkcji
5. Twierdzenia Weierstrassa i ich uogólnienia
6. Test zbieżności ciągu operatorów dodatnich
7. Wybrane wielomiany algebraiczne w aproksymacji i ich zastosowania
8. Aproksymacja funkcji związana z trygonometrycznym szeregiem Fouriera

Tematyka zajęć

Wykłady:

1. Ułamki łańcuchowe w aproksymacji
 - Definicja skończonego i nieskończonego ułamka łańcuchowego, reduktory i wartość ułamka łańcuchowego
 - Przybliżenia liczb rzeczywistych reduktorami ułamków łańcuchowych
2. Wybrane kryteria zbieżności szeregów liczbowych
 - Kryteria Raabego, Bertranda, Kummera, Gaussa
3. Oszacowanie sumy szeregu liczbowego
4. Zastosowania szeregów potęgowych
 - Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych metodą rozwinięcia w szereg potęgowy
 - Przybliżenie całki równania różniczkowego zwyczajnego rzędu pierwszego sumą częściową szeregu potęgowego
 - Całki nieelementarne
5. Podstawowe problemy i pojęcia teorii aproksymacji funkcji
 - Zbiór proksymalny, zbiór Czebyszewa, podprzestrzeń Haara
 - Twierdzenie Haara-Kołmogorowa, Twierdzenie o alternansie
 - Wielomian algebraiczny i trygonometryczny najlepszego przybliżenia funkcji ciągłej
 - Moduł ciągłości funkcji i jego własności
 - Klasy Lipschitza
6. Twierdzenia Weierstrassa i ich uogólnienia
 - Nierówności Minkowskiego i Schwarzera, przekształcenie Abela
 - Klasyczne twierdzenia Weierstrassa dla wielomianów algebraicznych i trygonometrycznych
 - Twierdzenia Müntza-Szásza, Stone'a-Weierstrassa
7. Test zbieżności ciągu operatorów dodatnich
 - Operator liniowy, operator dodatni
 - Zbieżność ciągu operatorów liniowych dodatnich (Klasyczne twierdzenia Korowkina, Twierdzenie

Lorentza)

8. Wielomiany Bernsteina

- Wielomiany Bernsteina, podstawowe własności, twierdzenia o rzędzie aproksymacji i typu Woronowskiej
- Krzywe Béziera (definicja i podstawowe własności, zastosowanie)

9. Wielomiany Czebyszewa

- Twierdzenie Czebyszewa
- Wielomiany Czebyszewa i ich własności
- Ekonomizacja Czebyszewa

10. Szereg Czebyszewa

11. Trygonometryczny szereg Fouriera

- Rozwinięcie funkcji w trygonometryczny szereg Fouriera w dowolnym przedziale (także w postaci zespolonej)
- Jednostajna zbieżność i własności współczynników szeregu Fouriera
- Jądro Dirichleta, n -ta stała Lebesgue'a
- Wybrane zastosowania trygonometrycznego szeregu Fouriera

Ćwiczenia:

1. Ułamki łańcuchowe w aproksymacji

- Reduktory i wartość ułamka łańcuchowego
- Przybliżenia liczb rzeczywistych reduktorami ułamków łańcuchowych

2. Wybrane kryteria zbieżności szeregów liczbowych

- Kryteria Raabego, Bertranda, Kummera, Gaussa

3. Oszacowanie sumy szeregu liczbowego

4. Zastosowania szeregów potęgowych

- Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych metodą rozwinięcia w szereg potęgowy
- Przybliżenie całki równania różniczkowego zwyczajnego rzędu pierwszego sumą częściową szeregu potęgowego

- Całki nieelementarne

5. Podstawowe problemy i pojęcia teorii aproksymacji funkcji

- Podprzestrzeń Haara

- Moduł ciągłości funkcji

- Klasy Lipschitza

6. Wielomiany Czebyszewa

- Przekształcenie Abela
- Wielomiany Czebyszewa i ich własności
- Ekonomizacja Czebyszewa

7. Szereg Czebyszewa

8. Trygonometryczny szereg Fouriera

- Rozwinięcie funkcji w trygonometryczny szereg Fouriera w dowolnym przedziale (także w postaci zespolonej)
- Wybrane zastosowania trygonometrycznego szeregu Fouriera

Metody dydaktyczne

Wykłady: prezentacja multimedialna uzupełniana przykładami podawanymi na tablicy, teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów;

Ćwiczenia: rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy, inicjowanie dyskusji nad rozwiązaniami.

Literatura

Podstawowa

- R. A. DeVore, G. G. Lorentz, Constructive Approximation, Springer -Verlag, Berlin 2006.

- G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 2017.

- W. Narkiewicz, Teoria liczb, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 200.

- S. Łojasiewicz, Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych, PWN, Warszawa 1972.

- J. Musielak, Wstęp do analizy funkcjonalnej, PWN, Warszawa 1989

Uzupełniająca

- W. Pleśniak, Wykłady z teorii aproksymacji, Wydawnictwo UJ, Kraków 2000.

- E. W. Cheney, Introduction to Approximation Theory, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island 2000.

- W. Ł. Daniłow, A. N. Iwanowa, J. K. Isakowa, L. A. Lusternik, G. S. Salechow, A. N. Chowanski, L. J. Cłaf, A. R. Jampolski, Funkcje, granice, szeregi, ułamki łańcuchowe, PWN, Warszawa 1970.
- K. Knopp, Szeregi nieskończone, PWN, Warszawa 1956.
- R. Taberski, Aproksymacja funkcji wielomianami trygonometrycznymi, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1979.
- J. Niedoba, W. Niedoba, Równania różniczkowe zwyczajne i cząstkowe, AGH, Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne, Kraków 2001.

Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	100	4,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	45	2,00
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	55	2,00